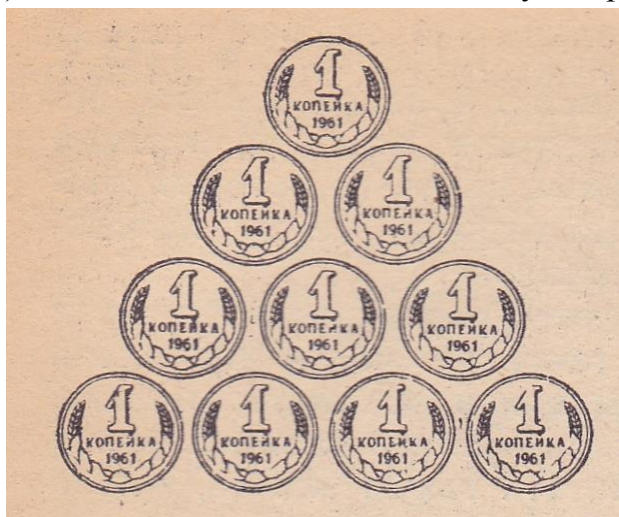


Из истории комбинаторики.

Уже в школе пифагорейцев (VI—IV вв. до н. э.) изучались «треугольные числа», которые представляют собой сочетания по 2 элемента.

В документах, относящихся к началу нашей эры, упоминаются «четырёхгранные» или «пирамидальные» числа, представляющие собой C_k^3 . «Треугольными» называются числа вида $\frac{n(n+1)}{2}$; придавая n значения 1, 2, 3, 4 ..., получим треугольные числа 1, 3, 6, 10,

Если одинаковые шары выложить на плоскости в виде треугольника, в верхнем ряду которого один шар, в следующем — два, затем — три, четыре и т. д., то общее количество шаров в первых рядах выразится треугольными числами. Можно представить себе также несколько одинаковых кругов (например, монет), выложенных на стол вплотную друг к другу (рис.).



Точно так же «пирамидальные» или «четырёхгранные» числа связаны с числом шаров, сложенных в виде пирамиды, в верхнем ряду которой один шар, лежащий в углублении между тремя касающимися друг друга шарами следующего ряда (слоя); каждый следующий слой содержит следующее «треугольное» число шаров (1, 3, 6, 10, 15, ...), так что первыми пирамидальными числами служат 1, 4, 10, 20, 35, ..., представляющие собой числа сочетаний из трех, четырех, пяти и т. д. элементов по три.

Во всех странах мира люди с давних времен играли в кости. Особенно широкое распространение получили азартные игры с развитием денежного обращения. Сиятельные графы и морские пираты, византийские купцы и золотоискатели Невады, блистательный д'Артаньян и его товарищи-мушкетеры — все были заражены азартом этой древней игры. Атос оценил своего слугу Гримо в десять ставок; выигрыш и проигрыш состояний, дворцов, поместий хорошо известны в истории. Игра распространилась настолько, что

христианской церкви пришлось издавать указы и постановления, запрещавшие или ограничивающие игру. Участникам третьего крестового похода не разрешалось проигрывать более 20 шиллингов в сутки. Людовик IX (XIII в.) запретил не только игру, но даже изготовление костей. Издавались законы о запрещении игры и на Руси (царь Алексей Михайлович — в 1649 г., Екатерина II — в 1782 г.).

В XVII в. в Европе стали распространяться таблицы, в которых перечислялись возможности получения разного числа очков на двух и трех костях. Математики стали анализировать комбинации, получающиеся при бросании костей. Наиболее полно сделали это Галилей, Паскаль и Ферма.

Паскаль и Ферма излагали свои результаты в письмах. В 1653 г. Паскаль писал друзьям о подготовленной им рукописи; однако его «Трактат об арифметическом треугольнике» был опубликован посмертно лишь в 1665 г. Рукописи Галилея увидели свет только в 1718 г.

Вероятно, систематическое изложение формул и законов комбинаторики было впервые опубликовано в 1666 г. Г. Лейбницем в книге «Рассуждения о комбинаторном искусстве»; в 1713 г. появилась книга Я. Бернулли «Искусство предположения», содержащая также формулы комбинаторики; наконец, великий Л. Эйлер рассмотрел ряд комбинаторных задач, из которых впоследствии развились самостоятельные отрасли науки, находящие в наши дни самое широкое применение.

Уже много сотен лет люди пользуются различными формами тайнописи — криптографии. Чтобы текст не могли прочитать непосвященные, слова иногда записывали в обратном порядке, т. е. от конца к началу; иной раз пользовались заменой одних букв алфавита другими; чтобы прочитать такую запись, нужно было знать «ключ» — способ замены букв.

Развитие комбинаторных методов позволило расшифровывать такие записи. Победа Кромвеля в гражданской войне (Англия, середина XVII в.) была в значительной мере облегчена раскрытием намерений монархистов. Заговорщики думали, что их планы выданы тайным агентом Кромвеля. А после реставрации Стюартов стало известно, что один из лучших английских математиков того времени сумел очень быстро разгадать несложные шифры заговорщиков.

Несколько сотен лет назад ученый, сделавший какое-либо открытие, публиковал об этом сообщение или даже книгу. Если же открытие было еще недостаточно проверено, то публикация могла оказаться преждевременной, а задержка публикации грозила потерей приоритета. Поэтому многие ученые публиковали (или посылали другим ученым в письмах) краткое сообщение в форме анаграммы.

Анаграмма — слово (или фраза), составленное из тех же букв, но в другом порядке. «Нева» и «Вена» — анаграммы.

Получивший сообщение «Вена» может довольно быстро составить остальные 23 четырехбуквенных слова из тех же букв и догадаться, что зашифровано «Нева». А если в анаграмме, скажем, 30 букв (причем некоторые повторяются от двух до шести раз), то существует $\frac{30!}{2! 2! 3! 4! 5! 5! 6!}$ или около $7 \cdot 10^{22}$, способов их переустановки.

Галилей, наблюдая в 1610 г. Сатурн с помощью построенного им телескопа, заметил у него два спутника. Однако, не будучи уверен в своем открытии, Он возвестил об этом анаграммой, зашифровав по-латыни сообщение, которое можно перевести так: «Высочайшую планету тройною наблюдал».

Полвека спустя голландский ученый Христиан Гюйгенс с помощью более мощного телескопа обнаружил кольцо Сатурна и поместил в очередной брошюре анаграмму своего открытия. А английский математик Уоллис (тот самый, который помогал Кромвелю дешифровать переписку монархистов) сумел расшифровать ее и, шутки ради, послал в свою очередь Гюйгенсу сообщение, также в форме анаграммы, о своем аналогичном открытии. Говорят, что Гюйгенс, сам большой любитель и знаток комбинаторики, не захотел принять шутки и рассердился.

Современный вид формулы комбинаторики приняли к началу XIX в.; в это время уже почти полностью сформировалась и современная алгебраическая символика.

В наши дни комбинаторные задачи приходится решать физикам, химикам, биологам, экономистам, специалистам самых разнообразных профессий.